

Übungsblatt 5

5.1

Gegeben sei eine Folge von unabhängigen binären Zufallsvariablen X_1, X_2, \dots mit der gleichen Verteilung $P(0) = 0.4, P(1) = 0.6$. Für die Rechnungen in der folgenden Aufgabe sollten Sie evtl. teils einen Computer verwenden.

- a) Bestimmen Sie $H(X_i)$.
- b) Beschreiben Sie für $n = 25$ und $\varepsilon = 0.1$ die typische Menge $T_{n,\varepsilon}$ und berechnen Sie $P(T_{n,\varepsilon})$ und $|T_{n,\varepsilon}|$.
- c) Bestimmen Sie für $\delta = 0.1$ und $n = 25$ die Kardinalität der kleinsten Menge $S_{n,\delta} \subset \{0, 1\}^n$ mit $P(S_{n,\delta}) \geq 1 - \delta$ (d.h. bestimmen Sie $2^{H_\delta(X^n)}$).
- d) Bestimmen Sie $P(T_{n,\varepsilon} \cap S_{n,\delta})$ und $|T_{n,\varepsilon} \cap S_{n,\delta}|$ für die Mengen aus (b) und (c).

5.2

Seien $X_1, X_2, \dots : \Omega \rightarrow \{0, 1\}$ unabhängige Zufallsvariablen mit der gleichen Verteilung P , und sei $X^n = (X_1, \dots, X_n)$. Für $\delta \in [0, 1]$ sei $H_\delta(X^n) = \min\{\log |S_\delta| \mid S_\delta \subset \{0, 1\}^n, P(S_\delta) \geq 1 - \delta\}$. Skizzieren Sie $\frac{1}{n}H_\delta(X^n)$ als Funktion von δ für $n = 1, 2, 1000$ wenn P gegeben ist durch (a) $(0.1, 0.9)$ bzw. (b) $(0.5, 0.5)$.