Informationstheorie, FS 2021 | Prof. Joachim M. Buhmann
ETH Zürich, Dept. Informatik | Fabian Laumer

Übungsblatt 7

7.1

In dieser Aufgabe geht es um die Decodierung von Lempel-Ziv-Codes. Gehen Sie davon aus, dass der Decodierer den vom Codierer verwendete Code $\phi : \mathcal{X} \to \{0,1\}^*$ für das "letzte Symbol" kennt, wobei $\mathcal{X} = \{s_1, \dots, s_M\}$ das Eingabealphabet ist.

a) Geben Sie den allgemeinen Algorithmus für die Decodierung eines Codeworts $\mathbf{b} \in \{0,1\}^*$ an. *Hinweis:* Überlegen Sie sich zunächst, nach wie vielen Symbolen des Codeworts jeweils ein | eingefügt werden muss.

b) Decodieren Sie 0010010101001100100100O, für den Fall, dass $\mathcal{X} = \{a, b, c\}$ und dass $\phi : \mathcal{X} \to \{0,1\}$ durch $a \mapsto 00$, $b \mapsto 01$, $c \mapsto 10$ gegeben ist.

7.2

Berechnen Sie die Kapazität einer verrauschten Schreibmaschine mit Alphabet $\{A, \dots, Z, \square\}$ und $P(Y = \square | X = A) = P(Y = A | X = A) = P(Y = B | X = A) = \frac{1}{3}$ etc. (wie in der Vorlesung). Geben Sie mindestens zwei Verteilungen P_X über die Eingabe an, die die Kapazität erreichen.

7.3

In der Vorlesung haben wir gesehen, dass die Kapazität des binären Auslöschungskanals mit Auslöschungswahrscheinlichkeit p durch $C = 1 - p$ gegeben ist. Zeigen Sie, dass bei Verwendung von Feedback (d.h. der Empfänger kann die nochmalige Übertragung eines ausgelöschten Bits verlangen) tatsächlich durchschnittlich $\frac{1}{1-p}$ Bits gesendet werden müssen, um ein Quellbit eindeutig decodieren zu können.

7.4

Betrachten Sie zwei Kanäle K_1 und K_2 mit Kapazitäten C_1 bzw. C_2. Diese beiden Kanäle können parallel als ein Kanal K verwendet werden, der als Eingabe (X_1, X_2) nimmt und als Ausgabe (Y_1, Y_2) liefert (*Parallelschaltung* von K_1 und K_2). Sei C die Kapazität von K.

a) Beweisen Sie $I(X_1, X_2; Y_1, Y_2) = I(X_1; Y_1) + I(X_2; Y_2) - I(Y_1; Y_2)$

b) Beweisen Sie $C = C_1 + C_2$.