Informationstheorie, FS 2021
ETH Zürich, Dept. Informatik

Prof. Joachim M. Buhmann
Fabian Laumer

Übungsblatt 10

10.1

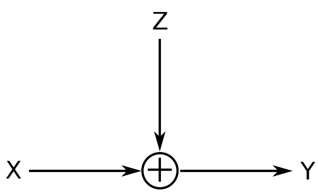
Zeigen Sie, dass die Kapazität des Kanals mit Übergangsmatrix

$$P_{Y|X} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

durch eine Verteilung erreicht wird, die einem der Eingabesymbole Wahrscheinlichkeit 0 gibt. Berechnen Sie die Kapazität des Kanals. Geben Sie einen intuitiven Grund dafür, dass eines der Symbole nicht verwendet wird.

10.2

Gegeben sei der Kanal $(\mathcal{X} = \{0,1\}, \mathcal{Y} = (z_0, z_1, z_0+1, z_1+1\}, P_{Y|X})$, wobei $z_0 \neq z_1$ ganze Zahlen sind, Z eine auf $\mathcal{Z} = \{z_0, z_1\}$ definierte und von X unabhängige Zufallsvariable mit $P_Z(z_0) = \frac{1}{2} = P_Z(z_1)$ ist, und $P_{Y|X}$ durch die Beziehung $Y = X + Z$ bestimmt ist.



Im Folgenden geht es um die Abhängigkeit der Kapazität des Kanals von der Wahl von $\mathcal{Z}$. Begründen Sie Ihre Antworten jeweils vollständig und führen Sie alle nötigen Rechnungen durch.

a) Berechnen Sie die *maximale* Kapazität, die ein Kanal dieser Form haben kann. Geben Sie ganze Zahlen $z_0 \neq z_1$ und eine Verteilung auf $\mathcal{X}$ an, durch die diese erreicht wird.

b) Berechnen Sie die *minimale* Kapazität, die ein Kanal dieser Form haben kann. Geben Sie ganze Zahlen $z_0 \neq z_1$ und eine Verteilung auf $\mathcal{X}$ an, durch die diese erreicht wird.