Informationstheorie, FS 2021 Prof. Joachim M. Buhmann
ETH Zürich, Dept. Informatik Fabian Laumer

Übungsblatt 11

11.1

Zeigen Sie, dass ein linearer $(2^K, N)$-Code $\mathcal{C} \subset \mathbb{F}_2^N$ höchstens eine systematische Generatormatrix G besitzt.

11.2

Sei $\mathcal{C}$ ein linearer $(2^K, N)$-Code über $\mathbb{F}_2$ mit systematischer Generatormatrix

$$G = (I_K, A),$$

wobei A eine $K \times (N - K)$-Matrix ist. Zeigen Sie, dass dann die $(N - K) \times N$-Matrix $H = (-A^T, I_{N-K})$ eine Parity-Check-Matrix für $\mathcal{C}$ ist.

11.3

a) Betrachten Sie den linearen Code über $\mathbb{F}_2$, der durch die Parity-Check-Matrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

definiert wird. Geben Sie für jedes mögliche Syndrom $\sigma \in \mathbb{F}_2^3$ dasjenige kompatible Fehlermuster mit geringstem Hamming-Gewicht an.

b) Gegeben sei ein linearer Code über $\mathbb{F}_2$ für einen binären symmetrischen Kanal $BSC(\varepsilon)$ mit Vertauschungswahrscheinlichkeit $\varepsilon < \frac{1}{2}$. Nehmen Sie an, dass die gesendeten Nachrichten (d.h. die Informationsvektoren $a \in \mathbb{F}_q^K$) gleichverteilt sind. Zeigen Sie, dass dann die Syndromdecodierung anhand geringsten Hamming-Gewichts einen MAP-Decodierer liefert.